

**LXVII олимпиада по математике Эстонии**  
**ШКОЛЬНЫЙ ТУР ТАЛЛИННА**  
**Таллинн, 9 января 2020 года**  
**X класс**

Время, отводимое для решения: 4 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Все постоянные клиенты одного магазина получают скидку на приобретенный товар в размере 15%. Если товар приобретает постоянный клиент, то магазин получает прибыль в размере 19% от закупочной цены товара. Сколько процентов прибыли получает магазин в том случае, когда товар приобретает обычный покупатель без скидки?
2. Найди все целочисленные значения  $a$ , при которых уравнения  $2x^2 - ax + 1 = 0$  и  $x^2 - 4x + a = 0$  имеют один общий корень.
3. Миша исследует шар, радиус которого равен  $R$ . Он помещает в шар два одинаковых куба. Какова наибольшая возможная длина ребра такого куба?
4. На столе в кучке лежат 2020 шишек. Томас берет из кучки шишки, причем за каждый ход он может взять такое количество шишек, которое равно делителю числа 2020. Каково наименьшее количество ходов, которые понадобятся Томасу, чтобы взять из кучки 2019 шишек?
5. Каждый ход шахматного коня происходит следующим образом: конь движется на две клетки по вертикали и одну клетку по горизонтали или на одну клетку по вертикали и две клетки по горизонтали. Игровое поле – это прямоугольник, размеры которого  $2 \times 2020$  клеток. Шахматный конь стоит на произвольной клетке игрового поля. Двигаясь по выше описанным правилам (не выходя за рамки игрового поля), он может попасть в некоторые другие, но не во все клетки игрового поля. Каково наименьшее количество клеток, которые нужно добавить к игровому полю, чтобы конь имел возможность попасть из любой клетки поля в любую клетку поля? (Добавление клеток происходит так, чтобы новая клетка имела общую сторону с имеющейся клеткой игрового поля. Добавлять можно произвольное количество клеток и полученное поле не должно иметь форму прямоугольника).